



УДК 577.359:543.545

© 1992 г.

**ВРАЩЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КЛЕТОК ВО ВНЕШНЕМ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ***Сокирьо А. В.**Институт электрохимии им. А. Н. Фрумкина АН СССР, Москва*

Явление вращения клеток во внешнем вращающемся электрическом поле теоретически исследовано для случая клеток более сложной, чем сферическая, формы. Предполагалось, что мембрана клетки состоит из нескольких слоев, различающихся электрическими характеристиками, а все границы раздела представляют собой софокусные вытянутые или сплюснутые эллипсоиды вращения. Показано, что даже для достаточно сильно деформированных клеток их скорость вращения с точностью до нескольких десятков процентов совпадает со скоростью вращения шарообразной клетки того же объема.

В ряде работ [1–8] теоретически исследовалось движение клеток во внешнем переменном электрическом поле. Так в работе [1] была построена единая теория диэлектрофореза и электровращения для сферически симметричных клеток с произвольной структурой мембраны. Однако большинство клеток и везикул можно считать шарообразными лишь приблизительно. Фактически они либо вытянуты в одном направлении, либо являются сравнительно толстыми дисками. Расчет движения таких клеток по формулам для шарообразных клеток может привести к заметным ошибкам при неправильном выборе эффективных размеров. Кроме того, следует учесть, что для движения клеток, не имеющих сферической симметрии, значительно сложнее находится распределение скоростей гидродинамических потоков в окружающей их вязкой жидкости. Решению этих задач и посвящена настоящая работа.

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О НАХОЖДЕНИИ МОМЕНТОВ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИЛ**

Для того чтобы вычислить действующую на поверхность клетки электрическую силу и описать движение клетки, прежде всего необходимо решить во всем пространстве уравнение Лапласа для потенциала Φ :

$$\Delta\Phi=0. \quad (1)$$

Поскольку аналитическое решение уравнения (1) возможно только для некоторых типов граничных условий, наложим определенные ограничения на форму поверхности клетки, заменив реальную форму клетки более простой так, чтобы границы раздела фаз совпадали с координатными поверхностями в одной из ортогональных систем координат. В нашей задаче удобно аппроксимировать поверхность клетки эллипсоидом вращения и воспользоваться эллипсоидальными координатами. Для вытянутых клеток внешнюю и внутреннюю поверхности клеточной мембраны образуют софокусные вытянутые эллипсоиды вращения, а для дискообразных кле-

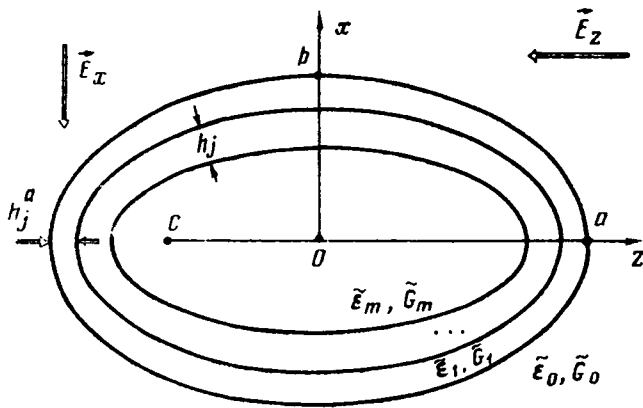


Рис. 1. Схема строения клеточной оболочки и обозначения геометрических и электрических характеристик: a, b — полуоси ($a > b$ для вытянутого эллипсоида), c — половина расстояния между фокусами, h_j — толщина оболочки, ϵ_j и G_j — относительная диэлектрическая проницаемость и проводимость соответственно

ток — сплюснутые эллипсоиды вращения. Как частный случай, эллипсоиды вращения описывают также и сферически симметричные клетки.

Ниже будет приведено подробное решение только для случая вытянутых эллипсоидов. Задача для сплюснутых эллипсоидов решается аналогично.

Будем характеризовать форму клетки соотношением двух линейных размеров a/b — наибольшего и наименьшего и ее объемом $V = \frac{4}{3}\pi ab^2 = \frac{4}{3}\pi r_0^3$. Величина r_0 соответствует радиусу шара того же объема. Для вытянутого эллипсоида вращения a и b имеют смысл малой и большой полуосей эллипса

$$\frac{r^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1, \quad (2)$$

вращением которого вокруг оси OZ получен данный эллипсоид, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ (см. рис. 1). Вытянутость эллипсоида можно также характеризовать эксцентриситетом

$$e = \sqrt{1 - (b/a)^2}, \quad (3)$$

который однозначно связан с отношением полуосей, а в качестве линейного размера удобнее использовать c — половину расстояния между фокусами эллипсоида:

$$c = \frac{r_0 \cdot e}{\sqrt{1 - e^2}}. \quad (4)$$

Преобразование к эллипсоидальным координатам производится в соответствии с формулами [9]:

$$x^2 = c^2(\sigma^2 - 1)(1 - \tau^2)\cos^2 \varphi, \quad (5)$$

$$y^2 = c^2(\sigma^2 - 1)(1 - \tau^2)\sin^2 \varphi, \quad (6)$$

$$z = c\sigma\tau, \quad (7)$$

где $\sigma \geq 1$, $0 \leq \tau \leq 1$. Координатная поверхность $\sigma = \text{const}$ представляет собой софокусные эллипсоиды вращения; $\tau = \text{const}$ — софокусные гиперβολлоиды; $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ — угол в цилиндрической системе координат r, φ, z . Поскольку мембраны исследуемых клеток могут иметь довольно сложную структуру, воспользуемся моделью многослойной мембраны [2]. В соответствии с этой моделью считается, что области с неизменным значением физиче-

ских параметров расположены между софокусными эллипсоидами $\sigma = \sigma_j$:

$$\sigma_m < \sigma_{m-1} < \dots < \sigma_1.$$

Самой внутренней поверхности соответствует эллипсоид с координатой σ_m , а внешней — эллипсоид с $\sigma = \sigma_1$, причем $\sigma_1 = 1/e$.

При выводе выражения для остальных σ_j необходимо учесть, что расстояние между поверхностями двух софокусных эллипсоидов непостоянно и в отличие от сферической оболочки меняется от точки к точке. Если в качестве толщины слоев взять их значения h_j^0 ($1 \leq j \leq m$) на «экваторе» (при $z=0$), то в остальных точках она будет вычисляться из соотношения $h_j = h_j^0 \sqrt{1 - e^2 \tau^2}$ и

$$\sigma_{j+1} = \sqrt{1 - [-h_j^0/c + \sqrt{(\sigma_j)^2 - 1}]^2}. \quad (8)$$

Если же в качестве эффективной толщины слоев взять их значения h_j^a на «полюсах» (при $z = \pm a$), то для нее имеется соотношение $h_j = h_j^a \sqrt{1 - e^2 \tau^2} / \sqrt{1 - e^2}$, откуда

$$\sigma_{j+1} = \sigma_j - h_j^a/c. \quad (9)$$

Приближение переменной толщины оболочки вынужденно приводит к тому, что также изменяется удельная мембранная емкость. Поскольку в основном емкостной ток проходит через области клетки, близкие к полюсам, то рациональнее называть толщиной слоя величину h_j^a и соответственно пользоваться соотношением (9).

Для вычисления возникающих в задаче зависящих от времени величин удобно применить комплексный формализм, т. е. записывать временную зависимость любой переменной величины в виде

$$\mathcal{E} = \text{Re } X, \quad (10)$$

где X — комплексная величина, представленная в виде

$$X = X_0 \exp(i\omega t).$$

где ω — круговая частота, t — время, $i^2 = -1$, а комплексное число X_0 , в общем случае являющееся функцией координат, служит амплитудой X [1]. Так, электрическое поле, вращающееся вокруг оси y , можно записать в виде реальной части комплексного поля E_{EXT} :

$$E_{EXT} = (k_x - ik_z) E_0 \exp(i\omega t), \quad (11)$$

где E_0 — абсолютное значение амплитуды вращающегося поля, k_x и k_z — орты осей. Поле, вращающееся вокруг оси z , получается из (11) заменой $z \rightarrow y$.

Как известно, при поляризации эллипсоида внешним однородным электрическим полем у эллипсоида возникает только дипольный момент и отсутствуют мультиполи более высоких порядков [10]. Как будет показано ниже для случая, когда границы раздела фаз представляют собой софокусные эллипсоиды, это свойство сохраняется. Из общих соображений следует, что индуцированный комплексный дипольный момент \mathbf{d} линейно связан с комплексной амплитудой внешнего поля E_0

$$\mathbf{d} = \sum_{m=x,y,z} \chi_m (E_0 \mathbf{k}_m) \mathbf{k}_m \exp(i\omega t), \quad (12)$$

где χ_m — комплексная поляризуемость вдоль соответствующей оси ($\chi_x = \chi_y$). Момент сил N , создаваемый электрическим полем, вычисляется по формуле $N = [\text{Re } \mathbf{d}, \text{Re } E_{EXT}]$. Для поля E_{EXT} , вращающегося вокруг оси симметрии эллипсоида, момент не зависит от времени и равен [1]

$$N = -\operatorname{Im} \chi_x E_0^2 \mathbf{k}_x, \quad (13)$$

а среднее по времени значение момента, создаваемого электрическим полем, вращающимся вокруг оси y :

$$N = -\operatorname{Im} \frac{\chi_x + \chi_z}{2} E_0^2 \mathbf{k}_y. \quad (14)$$

Таким образом, для нахождения индуцированного электрического поля достаточно вычислить две комплексные величины χ_x и χ_z .

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ

В вытянутых эллипсоидальных координатах уравнение (1) записывается в виде [9]:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \left[(\sigma^2 - 1) \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right] + \frac{\partial}{\partial \tau} \left[(1 - \tau^2) \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \right] + \frac{\sigma^2 - \tau^2}{(\sigma^2 - 1)(1 - \tau^2)} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (15)$$

На границах соседних областей условия непрерывности потенциала и комплексной плотности тока, выражающие закон сохранения заряда [5], записываются в виде:

$$\Phi_{j-1} \Big|_{\sigma=\sigma_j} = \Phi_j \Big|_{\sigma=\sigma_j}, \quad (16)$$

$$\epsilon_{j-1} \frac{\partial \Phi_{j-1}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=\sigma_j} = \epsilon_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=\sigma_j}^{j=1, \dots, m}. \quad (17)$$

Здесь введена комплексная диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon_j = \epsilon_0 \bar{\epsilon}_j - i G_j / \omega \quad j=0, \dots, \quad (18)$$

где ϵ_j и G_j — удельная диэлектрическая проницаемость и электропроводность слоев соответственно; ϵ_0 — электрическая постоянная. При записи условий (17) была использована ортогональность эллипсоидальных координат, что позволило заменить производную по нормали к поверхности $\sigma = \sigma_j$ на производную по координате σ .

Граничные условия для этой системы уравнений выглядят как условие ограниченности потенциала внутри клетки и асимптотически однородное поле на больших расстояниях от клетки:

$$\Phi_1 \rightarrow E_0 x \quad \text{при } x \rightarrow \infty \quad (19)$$

— для вычисления комплексной величины χ_x ;

$$\Phi_1 \rightarrow E_0 z \quad \text{при } z \rightarrow \infty \quad (20)$$

— для вычисления комплексной величины χ_z (подразумевается, что электрическое поле противонаправлено к соответствующей оси).

В случае, когда поле направлено вдоль оси симметрии эллипсоида, потенциал, очевидно, не зависит от переменной φ : $\partial \Phi / \partial \varphi = 0$, и общее решение уравнения (15) следует искать в виде

$$\Phi_j = E_0 c \tau [A_j P(\sigma) + B_j Q(\sigma)], \quad (21)$$

где P и Q — первые функции Лежандра первого и второго вида соответственно:

$$P(\sigma) = \sigma, \quad Q(\sigma) = \frac{\sigma}{2} \ln \frac{\sigma+1}{\sigma-1}, \quad (22)$$

A_j, B_j — произвольные константы. Из условия ограниченности (20) можно сразу найти две константы, входящие в условия (21):

$$A_1 = 1, \quad B_m = 0, \quad (23)$$

а для остальных констант из условий (16)–(17) получаем рекуррентные соотношения:

$$A_{j-1} = \frac{[A_j P(\sigma_j) + B_j Q(\sigma_j)] Q'(\sigma_j) - \frac{\epsilon_j - 1}{\epsilon_j} [A_j P'(\sigma_j) + B_j Q'(\sigma_j)] Q(\sigma_j)}{P(\sigma_j) Q'(\sigma_j) - P'(\sigma_j) Q(\sigma_j)} \quad (24)$$

$$B_{j-1} = [A_j - A_{j-1}] \frac{P(\sigma_j)}{Q(\sigma_j)} + B_j, \quad (25)$$

где штрих обозначает производную соответствующей функции.

Из выражений (23)–(25) можно легко найти все коэффициенты A_j , B_j , воспользовавшись следующим методом, вытекающим из прямой пропорциональности всех A_j , B_j ($j < m$) коэффициенту A_m . Положив условно $A_m^1 = 1$, можно из (24), (25) найти все коэффициенты A_j^1 , B_j^1 . Верхний индекс «1» означает, что коэффициенты вычислены при $A_m = 1$. Разумеется, при этом A_0^1 будет отличаться от единицы, поэтому истинные значения коэффициентов меньше вычисленных в A_0^1 раз:

$$A_j = A_j^1 / A_0^1, \quad B_j = B_j^1 / A_0^1. \quad (26)$$

Рассмотрим более подробно выражение для Φ_0 . Первое слагаемое, пропорциональное $P(\sigma)$, возрастает с увеличением σ и в точности равно правой части (20). Второе слагаемое соответствует дипольному члену и при достаточно больших $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \gg 1$ может быть представлено в виде:

$$E_0 \cos \theta B_0 Q(\sigma) \approx - \frac{\chi_x E_0 \cos \theta}{4\pi \epsilon_1 \epsilon_0 \rho^2}, \quad (27)$$

где θ — угол между радиус-вектором точки и осью z . С учетом вида асимптотического разложения для функции $Q(\sigma)$ [11] и формул (5)–(7) получаем [12]:

$$\chi_x = -B_0 [1/3 \pi \epsilon_1 \epsilon_0 c^3]. \quad (28)$$

Величину $-B_0$ в формуле (28) можно рассматривать как безразмерное значение поляризуемости вдоль оси z .

При вычислении величины комплексной поляризуемости χ_x вдоль оси x необходимо учесть, что потенциал Φ является функцией всех пространственных переменных σ , τ , φ . Поэтому в случае использования вместо граничного условия (20) условия (19) решение уравнения (15) можно искать в виде:

$$\Phi_j = E_0 \sqrt{1 - \tau^2} [a_j p(\sigma) + b_j q(\sigma)] \cos \varphi, \quad j = 0, \dots, m, \quad (29)$$

где a_j , b_j — произвольные константы, $p(\sigma)$ и $q(\sigma)$ — присоединенные функции Лежандра первого и второго рода (с верхними и нижними индексами, равными единице [11]):

$$p(\sigma) = \sqrt{\sigma^2 - 1}, \quad q(\sigma) = \sqrt{\sigma^2 - 1} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1} - \frac{\sigma}{\sigma^2 - 1} \right]. \quad (30)$$

Дальнейшее решение строится аналогично. Выражения для коэффициентов a_j , b_j получается из формул (24), (25) при замене функций Лежандра (22) на присоединенные функции (30). С учетом асимптотики $q(\sigma)$ при больших значениях σ [11] можно записать выражение для поляризации вдоль оси x для случая клетки, вытянутой вдоль оси z

$$\chi_x = 2b_0 [4/3 \pi \epsilon_1 \epsilon_0 c^3]. \quad (31)$$

Таким образом, вычислены величины комплексной поляризуемости χ_x и χ_z , входящие в выражения (13), (14) для моментов сил, действующих на клетку.

В случае дискообразных клеток (сплюснутых эллипсоидов вращения, $a < b$) в приведенные выше формулы нужно ввести ряд изменений:

$$e = \sqrt{(b/a)^2 - 1}, \quad (3')$$

$$c = \frac{r_0 \cdot e}{\sqrt[3]{1+e^2}} \quad (4')$$

$$x^2 = c^2(\sigma^2 + 1)(1 - \tau^2)\cos^2 \varphi, \quad (5')$$

$$y^2 = c^2(\sigma^2 + 1)(1 - \tau^2)\sin^2 \varphi. \quad (6')$$

Уравнение Лапласа (1) в сплюснутой эллипсоидальной системе координат записывается в виде:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \left[(\sigma^2 + 1) \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right] + \frac{\partial}{\partial \tau} \left[(1 - \tau^2) \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \right] + \frac{\sigma^2 + \tau^2}{(\sigma^2 + 1)(1 - \tau^2)} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (15')$$

Его решение можно по-прежнему искать в виде (24) и (29) для полей соответствующей ориентации, однако вместо функций Лежандра $P(\sigma)$ и $p(\sigma)$ следует использовать соответствующие функции от чисто мнимого аргумента $i\sigma$, деленные на i , а функции $Q(\sigma)$ и $q(\sigma)$ следует заменить на $Q(i\sigma)$ и $q(i\sigma)$:

$$P(\sigma) = \sigma, \quad Q(\sigma) = \sigma \operatorname{arctg} \sigma - 1, \quad (22')$$

$$p(\sigma) = \sqrt{\sigma^2 + 1}, \quad q(\sigma) = \sqrt{\sigma^2 + 1} \left(\operatorname{arctg} \sigma - \frac{\sigma}{\sigma^2 + 1} \right). \quad (30')$$

Остальные формулы остаются без изменений.

Таким образом, при ориентации оси симметрии клетки вдоль оси вращения электрического поля или перпендикулярно этой оси найден вращающий момент электрических сил, действующих на клетку.

Отметим, что в том случае, когда ось симметрии клетки составляет с осью вращения угол ψ : $0 < \psi < \pi/2$, дипольный момент клетки не будет лежать в плоскости вращения электрического поля, что неизбежно через некоторое время приведет к повороту дипольного момента и, следовательно, самой клетки [12].

СИЛА ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ КЛЕТКИ

В работах [13, 14] получено выражение для момента N сил трения, действующих на поверхность вытянутого эллипсоида, вращающегося вокруг своей оси:

$$N = \frac{16\pi}{3} \eta \Omega c^3 \frac{1}{Q'(1/e)}, \quad (32)$$

где η — вязкость жидкости, Ω — угловая скорость вращения. Используя (4), можно из (32) выразить угловую скорость Ω :

$$\Omega = \frac{N}{8\pi\eta(r_0)^3} \left\{ \frac{3(1-e^2)Q'(1/e)}{2e^3} \right\}. \quad (33)$$

Выражение в фигурных скобках в (33) не зависит от характерного размера r_0 , а определяется только эксцентриситетом клетки e . Если форма клетки близка к сферической ($e \rightarrow 0$), выражение в фигурных скобках стремится к 1 и формула (33) переходит в простое соотношение для шара [15].

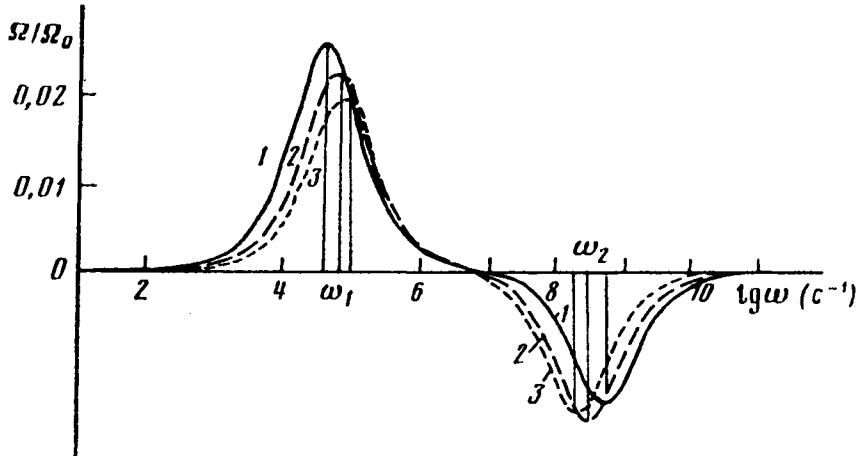


Рис. 2. Зависимость безразмерной скорости вращения клетки от частоты вращения внешнего поля. Отношение толщины оболочки к размеру клетки $h^a/r_0 = 10^{-4}$, удельная электропроводность оболочки, среды внутри и снаружи клетки 10^{-12} , 1 и 10^{-6} См/м соответственно, относительная диэлектрическая проницаемость оболочки $\epsilon = 2$. $a/b = 1$ (1), 4 (2) и 8 (3)

Для сплюснутых эллипсоидов вращения также возможно использовать (32), где e , c и функции $Q(\sigma)$ должны определяться по формулам (3'), (4') и (22') соответственно.

Таким образом, найдя из формул раздела «Вычисление комплексной поляризуемости» полный момент сил электрического поля, действующий на клетку, с помощью формулы (33) можно вычислить угловую скорость ее вращения. Подчеркнем, что в рамках сделанных предположений о форме клетки эти формулы дают явные аналитические соотношения.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 2 показана зависимость безразмерной скорости вращения клетки Ω от логарифма частоты вращения внешнего электрического поля ω для различных соотношений a/b . Прежде всего необходимо отметить, что фактически скорость вращения довольно слабо зависит от формы. Так, изменение соотношения a/b от 1 до 8 приводит к изменению скорости вращения не более, чем на десятки процентов. Отметим, что этот результат нетривиален, поскольку при таком вытягивании эллипсоида его поляризация в перпендикулярном к оси симметрии направлении уменьшается в несколько раз, и, следовательно, уменьшается момент электрических сил. Однако также уменьшается и вязкое трение, что приводит к неизменности скорости вращения клетки.

Обсудим поведение зависимости $\Omega(\omega)$ для однослойной мембраны. (Многослойные мембраны имеют более сложный вид $\Omega(\omega)$, который будет обсуждаться применительно к экспериментальным результатам в последующих работах.) При достаточно малых частотах ω электрический ток не протекает через диэлектрическую оболочку клетки, а симметрично ее обтекает. Поэтому в системе не возникает моментов электрических сил. При приближении к частоте первого пика ω_1 , возрастает емкостный ток через мембрану, что приводит к появлению существенной мнимой части у комплексной поляризуемости χ_x . Таким образом, положение первого пика в основном определяется емкостью клеточной мембраны. Поэтому смещение пика, соответствующего ω_1 , в сторону больших частот не является строго обоснованным, поскольку при решении нашей задачи удель-

ная мембранная емкость не предполагалась строго постоянной величиной.

Более интересным является смещение величины ω_2 , соответствующей второму (отрицательному) пику. При построении теории электроротирующей для шарообразных клеток [1], для ω_2 была получена оценка вида

$$\omega_2 \sim \frac{\sigma_2}{\epsilon_0 \bar{\epsilon}_2}, \quad (34)$$

т. е. предположение, что действительная и мнимая части комплексной диэлектрической проницаемости среды внутри клетки примерно равны между собой. Поскольку $\bar{\epsilon}_2$ мало отличается от диэлектрической проницаемости воды, формула (34) позволяет по характерной частоте ω_2 оценивать проводимость внутри клетки. Однако, как видно из рис. 2, положение ω_2 зависит от формы клетки. Это не опровергает оценку (34), поскольку в правую часть (34) может входить безразмерный фактор формы. Интересно также отметить то, что пик кривой 2 опускается ниже пиков кривых 1 и 3, что означает немонотонность кривой, выражающей зависимость ($\Omega(\omega_2)$) от соотношения a/b .

В заключение отметим, что выведенные соотношения для поляризуемости χ вытянутых и сплюснутых клеток можно использовать также и для описания электрофоретических явлений в переменном электрическом поле [1, 12].

Автор благодарит В. Ф. Пастушенко, Э. Доната и Г. Фура за тему для исследования и весьма полезные дискуссии, а также П. И. Кузьмина за помощь в проведении вычислений на ЭВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пастушенко В. Ф., Кузьмин П. И., Чизмаджев Ю. А. // Биол. мембраны. 1988. Т. 5. С. 65–78.
2. Fuhr G., Kuzmin P. // Biophys. J. 1986. V. 50. P. 789–795.
3. Sauer F. A. // Coherent Excitations in Biological Systems/Eds. Frohlich H., Kremer F. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1983. P. 134–144.
4. Sauer F. A., Schlogl R. W. // Interactions Between Electromagnetic Fields and Cells/Eds. Chiabrera A., Nicolini C., Schwan H. P. N. Y.: Plenum Publ. Co., 1985. № 4. P. 203–205.
5. Fuhr G., Hagedorn R., Muller H. // Stud. biophys. 1985. V. 107. P. 116–121.
6. Fuhr G., Hagedorn R., Muller T. // Stud. biophys. 1985. V. 107. P. 23–27.
7. Glaser R., Fuhr G., Gimsa J. // Stud. biophys. 1983. V. 96. P. 11–20.
8. Fuhr G., Glaser R., Hagedorn R. // Biophys. J. 1986. V. 49. № 2. P. 395.
9. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1970. 720 с.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
11. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.
12. Schwartz J., Saiton M., Schwan H. P. // J. Chem. Phys. 1965. V. 43. P. 3562–3569.
13. Jeffery G. B. // Proc. Lond. Math. Soc. 1915. V. 14. P. 327–336.
14. Edwardes D. // Quart. J. Math. 1892. V. 26. P. 70–78.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.

Поступила в редакцию
28.VI.1991

THE ELECTROROTATION OF AXISYMMETRICAL CELL SOKIRKO A. V.

Frumkin Institute of Electrochemistry, USSR Academy of Sciences, Moscow

The phenomenon of electrorotation of cells with the more complicated shape than the spherical one has been theoretically investigated. The cell membrane was assumed to consist of several layers differing by their electrical characteristics while all boundaries to be cofocal rotational ellipsoids (elongated or flattened out). Even for sufficiently strongly deformed cells the speed of rotation was shown to equal (to the accuracy of about tens of percent) that of the spherical cell of the same volume.